Les Nœuds logiques
et leurs effets sur les tables de vérité

présentées comme des tables de lois de composition internes

J.M. Vappereau, le 31 mars 2015

Nos premiers travaux en logique classique modifiée étaient menés dans un nœud logique des plus simple que nous notons maintenant (0,S).

Il s'agissait de le définir par l'introduction d'une première négation modifiée notée : ~, en tant qu'*une lettre primitive* ajoutée au système d'écriture du calcul de la coordination de la *Logique canonique classique* caractérisant les énoncés du nœud logique classique et trivial (0,1) et ainsi d'augmenter ce système d'écriture standard.

Pour cela il faut accompagner cette lettre supplémentaire et originale d'*une clause formative* qui explicite la manière d'écrire les expressions recevables dans ce nouveau système d'écriture :

cf. 4 "Si P est une expression bien écrite alors (~P) est une expression bien écrite",

et d'*un axiome* supplémentaire qui accompagne les déductions de thèses qui présentent cette négation supplémentaire dans leur énoncé :

$$\text{ax. 5} \quad (\sim p \Rightarrow (\sim q \Leftrightarrow \neg q)).$$

Nous réservions au début la construction du composant sémantique de la logique ainsi modifiée, les tables de vérité de son calcul de la validité, pour une étape ultérieur de la construction.

Cette première négation originale conduit à définir dans l'espace de la Logique modifiée ainsi ouvert sous cet aspect de stricte syntaxe, une seconde négation modifiée.

En effet cette seconde négation modifiée était définie comme simple abréviation par substitution, grâce à l'expression :

$$\overline{p} =_{def} (\neg p \wedge \neg\sim p)$$

qui emploie les deux négations, à la fois (¬p) du nœud logique classique trivial (0,1) et d'autre part (~p) du nouveau nœud logique modifié (0, S) ce qui la rend impropre à participer de l'un et de l'autre. Celle-ci était extrinsèque, du fait de sa définition, au nœud logique classique et trivial (0,1) et au nœud logique modifié et déformé (0,S) qui a provoqué la modification de la Logique canonique classique.

Cette troisième négation est en fait la négation pseudo classique d'un troisième nœud logique défini par (0, ¬S) dans cet espace de la Logique modifiée où sont plongés les nœuds en vertu de la thèse de la logique modifiée

$$[\sim(\neg p \wedge \neg\sim p) \Leftrightarrow \neg(\neg\sim p \wedge \neg\sim\sim p)]$$

pour donner la série d'équivalences

$$\sim\overline{p} =_{def} \sim(\neg p \wedge \neg\sim p) = \neg\overline{\sim \mathbf{p}} =_{def} \neg(\neg\sim p \wedge \neg\sim\sim p) =_{dual.\ clas.} (\sim p \vee \sim\sim p) =_{def} S$$

C'est la conséquence d'énoncés inscriptibles et déductibles à partir des clauses formatives et des axiomes classiques augmentés de la clause formative et du nouvel axiome.

A cette époque (années 1985-1990), nous voulions éclairer les apories de la logique classique comme *la condition tarskienne d'emploi du prédicat de vérité* (voir L'AMOUR DU TOUT AUJOURD'HUI[1]), la confusion entre le principe du tiers exclu et le caractère binaire de la logique qui n'est pas binaire mais de caractéristique deux (2). Puis quelques apories freudiennes qui rendent impossible la raison dans la psychanalyse tant qu'elles ne sont pas traitées en suivant

[1] sur jeanmichel.vappereau.free.fr

Lacan de manière effective, ce qui veut dire explicite, à commencer par la définition en bonne logique de la scène fondamentale du désir de Freud nommé Inconscient qu'il écrit aussi *Ics*. (voir EROS ET PSYCHE) et contredire ainsi Wundt qui n'avait pas imaginé qu'une telle solution soit constructible et par là concevable en raison (L'INSTANCE DE LA LETTRE *ou la raison depuis Freud* de J. Lacan).

Il faut signaler ici que Wundt ne fait que prendre la suite de Locke, le fondateur de *la conscience européenne*, dont É. Balibar à refait la traduction historique de Coste et où, dans sa préface[2], il met, à juste titre, au défi de rendre compte de l'objection Lockéenne, ses anciens collègues de l'Ecole, les professeurs de philosophie devenus psychanalystes lacaniens plus ou moins par des alliances bizarres avec des psychiatres qu'ils prétendent contrer.

Au regard de son interpellation, une seule et simple objection persiste à l'adresse de Balibar sous l'aspect d'une question : "Pourquoi ne le fait-il pas lui même?".

Car quiconque est embarqué, comme le dirait B. Pascal, et il se doit de l'expliquer, au lieu de refiler le problème aux copains de l'Ecole qui n'en peuvent rien dire, et faire comme si la psychanalyse de Freud et de Lacan n'était qu'une idéologie mondaine. Ce à quoi, il est vrai, elle se réduit la plupart du temps, pour et par ces gens.

Ici le psychisme qui n'est pas : "$\neg$- conscient" (lire : "non-conscient") au sens classique et n'est pas de ce fait : un psychisme "$\neg$-psychisme" (lire "non-psychisme") au sens classique comme l'assertent Wundt avec beaucoup d'autres logiciens raisonnables, c'est à dire remplis de préjugés, comme dans les familles et l'éducation de enfants.

Mais 1 s'agit d'un "$\sim_1$-conscient", (lire : "non-conscient") d'un premier nœud logique qui équivaut à un "$\sim_2$-psychisme" (lire "non-psychisme") produit par la négation d'un autre nœud psychique qui peut même écrire qu'il s'agit d'un inconscient, écrit Ics. en tant que dans la langue parlée, il s'agit d'un "non conscient" écrit "In-Cs." mais qui écrit aussi bien

$$\text{Ics.} = (\neg\text{Cs} \wedge \neg{\sim}\text{Cs})$$

comme notre seconde négation modifiée qui se lit "il est faux qu'il soit conscient et il est faux qu'il ne soit pas conscient."

Avant de porter des jugements à l'emporte pièces, il serait bon de commencer à distinguer entre *la langue parlée* et *la langue écrite* qui sont deux langues distinctes bien qu'elles soient dites par le sujet qui l'emploi la même, il parle de sa langue.

Une langue reste deux langues qui sont la même langue pour le sujet. Il ne s'agit pas de faits positifs mais de faits du symbolique, le langage si vous voulez le désigner ainsi, mais en tant que l'effectivité (Wirklichkeit) dont nous traitons ici relève de ce qui s'écrit et s'oppose, en cette matière, à ce qui, réel, ne s'écrit pas. La réalité est autre chose, elle est commandée par *un fantasme* dont *nous ne sortons pas mais dont nous pouvons rendre compte*.

Ce sont ces différentes solutions qui nous ont conduit à retrouver la Logique classique sous divers aspect afin de la situer dans les Algèbres de Boole $Z_2^n = (\{0, 1\}^n, +, \times)$ retrouvées alors par René Guitart[3] et associées aux Corps[4] de Galois de caractéristique deux (2) notés :

[2] É. Balibar 1998 : *Identité et différence. Le chapitre II, xxvii de l'Essay concerning Human Understanding de Locke. L'invention de la conscience*, Editions du Seuil (traduction, introduction et commentaire)

[3] Travaux de René Guitart qui produisent un lien entre Boole et Galois et qui nous ont fait progresser dans l'écriture des ces modifications (Se reporter aux travaux de René Guitart http://webusers.imj-prg.fr/~rene.guitart/ surtout *Moving logic, from Boole to Galois, Colloque International "Charles Ehresmann : 100 ans", 7-9 octobre 2005, Amiens, Cahiers Top Géo Diff Cat vol. XLVI-3, 2005, p. 196-198*).

[4] Pour citer les sources ici, il faut signaler l'article de Grosjean qui a déjà noté ce qu'il appelle corps de ruptures des paradoxes où il introduit les insensés. P. V. Grosjean, *La logique sur le corps de rupture des paradoxes*, Logique et Analyse, Nouvelle Série, 16 ème année, mars-juin 1973, p. 535-562.

Pourquoi *insensé*, c'est un préjugé dont il lie le sort à celui des nombres irrationnels des grecques et des nombres imaginaires des classiques qui ne sont irrationnels, imaginaires ou insensés du seul fait de ne pas convenir aux préjugés d'une époque.

GF(2^n), des corps avec leur structure linéaire d'espace vectoriel, corps d'extension du seul et unique corps de Boole Z_2 = ({0, 1}, +, ×) le plus petit en deçà des autres anneaux de Boole Z_2^n = ($\{0, 1\}^n$, +, ×) ou encore Z_2 = ({0, 1}, +, ×) notre nœud logique triviale noté ici : (0,1).

Attention, il y une difficulté pour les débutants qui relève de l'art de l'algébriste véritable. Si les *sommes* (additions) respectives des GF(2^n) et des AB(2^n) = Z_2^n sont identifiables entre elles,- elles ont la même expression algébrique -, les expressions de leurs produits (multiplications) respectifs sont différentes,- de l'expression de l'un à l'expression de l'autre -.

Ainsi les GF(2^n) sont des corps pour le produit obtenu par extension du corps Z_2 et la structure linéaire de Z_2-espace vectoriel, alors que les AB(2^n) = Z_2^n sont des anneaux, avec une structure linéaire de Z_2-Algèbre, pour un produit qui les caractérise du fait de s'identifier à la conjonction de la logique.

La logique n'est pas binaire (deux valeurs exclusives confondue avec l'emploi du tiers exclu) comme on se plait à le répéter de manière sommaire et rigide car même dans ses modèles automatisées, *elle est de caractéristique deux* ($2x = 0$), conséquence de l'axiome de Boole noté : ($x^2 = x$), ce qui est facile à démontrer par un calcul en trois temps,

$$((x+1)^2 = x+1) \Rightarrow (x^2 + 2x +1= x+1) \Rightarrow (x + 2x +1= x+1) \Rightarrow (2x = 0).$$

Ceci veut dire dialectique ou involutive car *l'opposé additif* noté : $-x$, existe,- il y a bien un élément symétrique pour la somme -, mais ici, en caractéristique 2, il se réduit *au terme positif* ($+x = -x$) auquel il s'oppose en conséquence de cette caractéristique deux

$$(2x = x + x = 0)$$

ou expression de l'identité ($i(x) = x$), unissant ainsi l'identique avec le différent ($x = -x$).

Ceci reste cohérente avec les GF(2^n) et leurs axiomes de type Booléen développé,

$$(x^n = x).$$

De ce fait les groupes multiplicatifs cycliques d'ordre (n-1) par déduction grâce au calcul ($x^{n-1} = 1$) soit (n-1) éléments auxquels s'ajoute l'élément 0 (zéro) pour atteindre au cardinal n du corps GF(2^n), mais dont la structure multiplicative du corps ne se transmet pas aux anneaux de Boole AB(2^n), Algèbres linéaire de la *logique modifiée* permettant diverses analyses de la vérité[5]. Nous ne faisons que signaler ici leur structure d'ordre de Treillis de Boole dont nous ferons usage plus loin pour présenter les tables de compositions des connecteurs logiques jusqu'aux binaires.

Dans l'article de E. Post, ces Algèbres AB(2^n) sont encore présentes *comme contexte extrinsèque* aux démonstrations avant que son théorème une fois établi ne reconduise la sémantique des tables à la trivialisation classique de B. Russell ou nous disons, puisque nous les retrouvons, qu'elles sont déjà là avant que nous ne les reconstruisions pour des raisons freudiennes. Ce contexte mérite d'être reconsidéré et étudié de prés malgré les préjugés tenaces de la soit disant logique dite classique.

Encore la tutelle philosophique qui prétend dominer les mathématiques à chaque époques. Les meilleurs preuves de ce fait prétentieux de domination discursif, reste qu'il faut *des ruptures en philosophie* pour que se réalise une coupure progressiste en mathématiques, ***Aristote*** avec Euclide et rejet de Eudoxe jusqu'à la coupure théologique du ***Thomisme*** qui induit Galilée d'où ***Descartes*** mais le rejet de B. Pascal et B. Spinoza jusqu'à la scansion ***Hégélienne*** qui permet G. Boole, G. Frege et C.S. Pierce... jusqu'à K. Gödel et J. Hintikka avec les rejets de E. Galois, G. Cantor, K. Marx et S. Freud, jusqu'à nouvel ordre c'est le cas de le dire.

[5] Le fameux et magnifique article de Emil Post, *Introduction to a general theory of elementary propositions*, 1921. Traduction française, Jean Largeault, *Logique Mathématique : Textes*, Armand Colin, 1972. Reproduit dans Jean van Heijenoort, *From Frege To Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931*, Harvard Univ. Press., 1977 (1re éd. 1967) pp. 264-283.

Maintenant nous pouvons présenter la Logique modifiée au moyen des nœuds logiques et de cette nouvelle manière.

Définition du nœud logique quelconque (u,V)

1. Les connecteurs θ_{uV} intrinsèques au nœud (u,V)

modification du connecteur binaire classique θ grâce à son connecteur dual morganien θ*

Définition 1

Un connecteurs binaire θ_{uV} intrinsèques au nœud (u,V) est défini par l'expression

$$\textbf{[1]}\ (X\theta_{uV}Y) = uV + (u+1)V.(X\theta Y) + u(V+1).(X\theta^*Y)$$

avec

$$(X\theta Y) = [\alpha XY+\beta X+\gamma Y+\delta] \quad \text{et son dual} \quad (X\theta^*Y) = [((X+1)\theta(Y+1))]+1$$

où α, β, γ et δ sont éléments de {0, 1}

Premiers calculs avec θ*

$$\begin{aligned}\textbf{[2]}\ (X\theta^*Y) &= [((X+1)\theta(Y+1))]+1\\ &= [\alpha(X+1)(Y+1)+\beta(X+1)+\gamma(Y+1)+\delta]+1\\ &= \alpha XY+(\alpha+\beta)X+(\alpha+\gamma)Y+(\alpha+\beta+\gamma+\delta+1).\end{aligned}$$

d'où aussi le calcul

$$(X\theta^*Y) = [\alpha XY+\beta X+\gamma Y+\delta] + \alpha(X+Y+1) + (\beta+\gamma+1)$$

soit

$$\mathbf{(X\theta^*Y) = (X\theta Y) + \alpha(X+Y+1) + (\beta+\gamma+1)}$$

---

ainsi selon la définition **[1]**, elle devient,

$$(X\theta_{uV}Y) = uV + (u+1)V(X\theta Y) + u(V+1)[(X\theta Y) + \alpha(X+Y+1) + (\beta+\gamma+1)]$$

nous obtenons l'expression de θ_{uV} en fonction du connecteur θ

$$\textbf{[1']}\ \underline{(X\theta_{uV}Y) = uV + (u+V)(X\theta Y) + u(V+1)[\alpha(X+Y+1) + (\beta+\gamma+1)]}$$

ou

$$\mathbf{(X\theta_{uV}Y)} = uV + (u+V)[\alpha\mathbf{XY}+\beta\mathbf{X}+\gamma\mathbf{Y}+\delta] + u(V+1)\mathbf{[}\alpha(\mathbf{X+Y+1}) + \beta+\gamma+1\mathbf{]}$$

Divers développements algébriques à rependre le développement de **[1]**

$$(X\theta_{uV}Y) = uV + (u+1)V[\alpha\mathbf{XY}+\beta\mathbf{X}+\gamma\mathbf{Y}+\delta] + u(V+1)[\alpha\mathbf{XY}+(\alpha+\beta)\mathbf{X}+(\alpha+\gamma)\mathbf{Y}+(\alpha+\beta+\gamma+\delta+1)]$$

1) **Résultat 1** <u>expression développée **en X et Y** avec les coefficients donnés</u>

$$\begin{aligned}(X\theta_{uV}Y) = &\ [\alpha(u+V)]\mathbf{XY}\\ &+ [(u+1)V\beta + u(V+1)(\alpha+\beta)]\mathbf{X}\\ &+ [(u+1)V\gamma + u(V+1)(\alpha+\gamma)]\mathbf{Y}\\ &+ [(u+1)V\delta + u(V+1)(\alpha+\beta+\gamma+\delta+1)] + uV\end{aligned}$$

2) **Résultat 2** <u>expression développée **en X et Y** avec les coefficients factorisés en α, β, γ et δ</u>

$$\begin{aligned}(X\theta_{uV}Y) = &\ [\alpha(u+V)]\mathbf{XY}\\ &+ [\beta(u+V) + \alpha u(V+1)]\mathbf{X}\\ &+ [\gamma(u+V) + \alpha u(V+1)]\mathbf{Y}\\ &+ [\delta(u+V) + (\alpha+\beta+\gamma)u(V+1) + u]\end{aligned}$$

3) **Résultat 3** <u>expression développée en **(u+V) et u(V+1)**</u>

$$(X\theta_{uV}Y) = \mathbf{(u+V)}[\alpha\mathbf{XY}+ \beta\mathbf{X} +\gamma\mathbf{Y}+ \delta]$$
$$+ \mathbf{u(V+1)}[\alpha(\mathbf{X} + \mathbf{Y}+1)+(\beta+\gamma)]$$
$$+ \mathbf{u}$$

ainsi le **<u>premier résultat important</u>** ou la nouvelle expression de θ_{uV} en fonction de θ

$$\mathbf{[1'']}\ \underline{(X\theta_{uV}Y) = \mathbf{(u+V)}[X\theta Y] + \mathbf{u(V+1)}[\alpha(\mathbf{X} + \mathbf{Y}+1)+(\beta+\gamma)] + \mathbf{u}}$$

---

noter l'emploi de

$$(u+1)V + u(V+1) = (u+V)$$

du fait du développement $(u+1)V + u(V+1) = (u+ uV + uV+V) = (u+V)$

---

pour obtenir aussi

$$\mathbf{[1''']}\ (X\theta_{uV}Y) = \mathbf{u} + \mathbf{u(V+1)}[(X\theta Y) \mathbf{+} \alpha(\mathbf{X} + \mathbf{Y}+1) + (\beta+\gamma)] + (u+1)V[X\theta Y]$$

2. L'homomorphisme Ψ_{uV}

Avec la définition,

Définition 2

La fonction entre le nœud logique trivial (0,1) et un nœud logique quelconque (u, V) définie en tant que Ψ_{uV} sur les ensembles

$$\Psi_{uV} : \{0,1\} \rightarrow \{u,V\}$$
$$0 \longmapsto u$$
$$1 \longmapsto V$$

s'écrit d'une expression des plus simples

$$\Psi_{uV}(p) = u(p+1) +Vp = (u+V)p + u$$

---

qui s'étend à toutes les expressions construites sur ces ensembles.

Nous voulons alors démontrer le théorème principal suivant.

Théorème principal des nœuds logiques

$$\mathbf{\Psi_{uV}(p\theta q) = (\Psi_{uV}(p)\ \theta_{uV}\ \Psi_{uV}(q))}$$

avec p et q éléments de {0,1}

---

1) **Commentaire diagrammatique passablement catégorique**

Ce commentaire importe, ***pour l'orientation des débutants***, en utilisant par trois fois la fonction Ψ_{uV}, telle que

par son double emploi cette fonction permet d'écrire

$$(\Psi_{uV} \times \Psi_{uV}) : \{0,1\}^2 \rightarrow \{u,V\}^2$$
$$(p\ ,\ q) \longmapsto (\Psi_{uV}(p), \Psi_{uV}(q))$$

puis en utilisant θ et θ_{uV} de chaque côtés, nous obtenons le diagramme dont la ***commutativité*** (*c'est ainsi que l'algèbre nomme sa propriété*) fait l'objet de notre théorème,

$$\begin{array}{ccccc} \Psi_{uV}{}^2 : & \{0,1\}^2 & \rightarrow & \{u,V\}^2 \\ & \theta\downarrow & & \downarrow\theta_{uV} \\ \Psi_{uV} : & \{0,1\} & \rightarrow & \{u,V\} \end{array}$$

Diagramme commutatif, soit obtenir les composés $\mathbf{(p\theta q)}$ et $\mathbf{(\Psi_{uV}(p)\ \theta_{uV}\ \Psi_{uV}(q))}$ et leur mise en relation par un troisième emploi de l'homomorphisme $\mathbf{\Psi_{uV}}$, pour comparer ***dans le nœud {u,V}*** les deux expressions

$$\mathbf{\Psi_{uV}(p\theta q)} \text{ et } \mathbf{(\Psi_{uV}(p)\ \theta_{uV}\ \Psi_{uV}(q))}.$$

où *l'emploi de la fonction du connecteur commute avec la connexion des emplois de la fonction*.

2) **Nous démontrons notre Théorème principal par le calcul**

Calculs

1. facile $\quad \Psi_{uV}(p\theta q) = u((p\theta q) +1) +V(p\theta q) = (u+V)(p\theta q) + u$

$$\mathbf{[a]\ \Psi_{uV}(p\theta q) = (u+V)(p\theta q) + u}$$

$$\text{où } \Psi_{uV}(p\theta q) = (u +V)(\alpha pq+\beta p+\gamma q+\delta) + u$$

lorsque p et q sont éléments de $\{0,1\}$

2. moins facile $\quad (\Psi_{uV}(p)\ \theta_{uV}\ \Psi_{uV}(q)) = (((u+V)p+u)\ \theta_{uV}\ ((u+V)q+u))$

du fait que $X = \Psi_{uV}(p)$ et $Y = \Psi_{uV}(q)$ sont dans $\{u,V\}$ lorsque p et q sont éléments de $\{0,1\}$.

Ainsi

$$\begin{aligned}
&(\Psi_{uV}(p)\ \theta_{uV}\ \Psi_{uV}(q)) \\
&= \mathbf{(u+V)}\big[((u+V)p+u)\boldsymbol{\theta}((u+V)q+u)\big] \\
&\qquad + \mathbf{u(V+1)}[\alpha((u+V)p+u) + ((u+V)q+u)+1) + (\beta+\gamma)] + \mathbf{u} \\
&= \mathbf{(u+V)}[\alpha\big[(u+V)p+u\big]\big[(u+V)q+u\big] + \big[\beta(u+V)p + \beta u\big] + \big[\gamma(u+V)q + \gamma u\big] + \delta] \\
&\qquad + \mathbf{u(V+1)}\big[\alpha(u+V)p + \alpha u + \alpha(u+V)q + \alpha u + \alpha) + (\beta+\gamma)\big] + \mathbf{u} \\
&= \mathbf{(u+V)}[\alpha\big[(u+V)pq+(u+V)pu+u(u+V)q+u\big] + \big[\beta(u+V)p + \beta u + \gamma(u+V)q + \gamma u\big] + \delta] \\
&\qquad + \mathbf{u(V+1)}\big[\alpha up + \alpha Vp + \alpha uq + \alpha Vq + \alpha + \beta+\gamma\big] + \mathbf{u} \\
&= \mathbf{(u+V)}[\alpha\big[pq+pu+uq+u\big] + \big[\beta p + \beta u + \gamma q + \gamma u\big] + \delta] \\
&\qquad + \mathbf{u(V+1)}\big[\alpha u(p+q) + \alpha V(p+q) + \alpha + \beta + \gamma\big] + \mathbf{u} \\
&= \mathbf{(u+V)}[(\alpha pq + \beta p + \gamma q + \delta) +\alpha u(p+q+1) + u(\beta+\gamma)] \\
&\qquad + \mathbf{u(V+1)}\big[\alpha(p+q)(u+V) + \alpha + \beta + \gamma\big] + \mathbf{u} \\
&= \mathbf{(u+V)}(p\theta q) + \mathbf{(u+V)}(\alpha u(p+q)+\alpha u+u(\beta+\gamma)) \\
&\qquad + \mathbf{u(V+1)}(u+V)\alpha(p+q) + \mathbf{u(V+1)}\ (\alpha + \beta + \gamma) + \mathbf{u} \\
&= \mathbf{(u+V)}(p\theta q) + u\mathbf{(u+V)}(\alpha(p+q)+(\alpha+\beta+\gamma)\ ) \\
&\qquad + \mathbf{u(V+1)}\alpha(p+q) + \mathbf{u(V+1)}\ (\alpha + \beta + \gamma) + \mathbf{u} \\
&= \mathbf{(u+V)}(p\theta q) \\
&\quad + u\mathbf{(V+1)}(\alpha(p+q) + (\alpha+\beta+\gamma)\ ) \\
&\qquad + \mathbf{u(V+1)}[\alpha(p+q) + (\alpha+\beta+\gamma)]+ \mathbf{u}
\end{aligned}$$

$= (\mathbf{u+V})(p\theta q) + \mathbf{u}$

$$\textbf{[b]}\ (\Psi_{uV}(p)\ \theta_{uV}\ \Psi_{uV}(q)) = (u+V)(p\theta q) + u$$

p et q sont éléments de {0,1}

Par [a] et [b] $\Psi_{uV}(p\theta q) = (\Psi_{uV}(p)\ \theta_{uV}\ \Psi_{uV}(q)) = [(u+V)(p\theta q) + u]$

***n**otre théorème est démontré.*

3. **Conséquence pour la notion de *nœud logique***

Un nœud logique devient un objet.

C'est la conséquence de ce théorème qui établi que la fonction Ψ_{uV} est un homomorphisme d'algèbre de Boole entre la Logique canonique classique triviale sur {0,1} et la logique modifiée non triviale sur {u,V}.

Plus d'effectivité

Notre théorème principal nous permet d'avancer qu'un nœud logique (u,V) est bien une version déformée de la logique canonique classique (0,1) sur ces valeurs mais aussi caractérisée par la relation d'aliénation intrinsèque à cette logique[6] entre ces deux valeurs 0 et 1, soit l'expression aliénante

$$[0 \Leftarrow\!\!\!\!/\ 1] = [(0 \not\Leftrightarrow 1) \wedge (0 \Rightarrow 1)] = 1.$$

la logique modifiée du nœud est ici réduite à ces deux valeurs u et V accompagnées des connecteurs qui participent à sa définition sur lesquels porte notre théorème principal.

1) **Vérification des nœuds logiques**

---

[6] Les logiciens devenus mathématiciens, depuis peu, ont, depuis longtemps, repéré la difficulté produite par l'*aliénation*. Ils l'ont située, comme toujours "*vue l'inversion générale de ce qu'on appelle la pensée*" en logique comme ailleurs, avec sont aspect involutif, juste un peu à côté.

Ne retenant que *le choix forcé* détaché de *la différence symétrique*, l'aliénation est réduite, comme d'habitude quand on ne sait où donner de la tête, à un supposé ***paradoxe***, dit : *paradoxe de l'implication matérielle*.

Situant sa cause dans les deux expressions $(\mathbf{p} \Rightarrow (\mathbf{q} \Rightarrow \mathbf{p})$ et $(\neg \mathbf{p} \Rightarrow (\mathbf{p} \Rightarrow \mathbf{q})$ qui établissent l'expression affirmée comme élément maximum et l'expression niée comme élément minimum, l'analyse que Lewis en donne est défectueuse de conduire à distinguer seulement entre *conditionnelle* et *conditionnelle valide* comme le précisera Quine plus tard, en tant qu'il ne s'agit que de cela, alors que même ici la question de l'assertion distincte de l'affirmation et de la fonction différente de la négation restent méconnues des occidentés qui ne reconnaissent que l'autorité naturelle au lieu de sa cause dans la Loi de la Parole et sa différence cruciale avec l'inertie de l'écriture.

Ce défaut a donné l'occasion de construire un relativisme débile sous l'aspect d'une multitude de ***logiques modales*** en croyant prendre la suite d'Aristote. Celui-ci avait bien l'intention de rendre compte de la raison des syllogismes conclusifs. Visée de logique authentique mais entreprise au dessus de ses forces, comme l'a montré Lukasiewicz dans son magnifique ouvrage traitant de *La syllogistique d'Aristote*.

Il faut lire comment Lacan commente *le dérapage d'Aristote* bien avant celui de Lewis dans deux séminaires, entre autres, distant de plus de dix années qui sont : Le séminaire L'IDENTIFICATION LIVRE IX (1962-63) dernière leçon et dans LES NON DUPES ERRENT LIVRE XVIII (1973-74) leçon 7 du 19 février.

Nos petits "psy-chiants" plus que "chiatres" ou "pchitt-analystes" qui veulent maintenir la psychanalyse sous tutelle, vont déranger Hintikka pour l'ennuyer avec leur prétentieuse obnubilation de contester Lacan, et Freud par la même occasion, au lieu de pratiquer des commentaires critiques qui soutiennent la fondation de la psychanalyse freudienne par Lacan, et de fonder la psychanalyse lacanienne. Ils sont aussi ridicules que les profs sartriens de philosophie moraliste (réduite à la psychologie) qui veulent accomplir ce qu'ils prennent pour un rêve de Lacan dans le champs lacanien de la jouissance..

Nous voulons vérifier qu'un nœud logique quelconque (u,V) présente bien la structure traumatique de l'aliénation première entre ses deux valeurs comme dans le cas du nœud trivial de la logique classique. Cette aliénation du sujet produit la perte d'une partie de son objet et pose tant de difficulté aux logiciens qui ont produit les logiques modales pour tenter d'en rendre compte.

Mais Lewis, le premier, a fait autant de lapsus involutifs que ses prédécesseurs faute d'avoir lu le choix forcé, de cette structure aliénante dans ce soit disant paradoxe de l'implication matérielle à l'occasion de ce qui n'est qu'un élément de cette structure.

Pour cette vérification cruciale, nous calculons grâce à notre théorème

$$(\Psi_{uV}(p)\ \theta_{uV}\ \Psi_{uV}(q)) = \Psi_{uV}(p\theta q)$$

l'expression de cette relation intrinsèque au nœud logique

$$[\Psi_{uV}(p) \nLeftarrow_{uV} \Psi_{uV}(q)] = \Psi_{uV}(p \nLeftarrow q)$$

lorsqu'elle lie les deux constantes caractéristiques u et V du nœud données, c'est dire

lorsque $p = 0$ et $q = 1$ car

$$\Psi_{uV}(0) = u \text{ et } \Psi_{uV}(1) = V.$$

Mais sachant qu'en algèbre de Boole le connecteur du vel de l'aliénation s'écrit

$$(p \nLeftarrow q) = (p+1)q = (pq + q)$$

dans le nœud (u, V) il s'écrit

$$[\Psi_{uV}(p) \nLeftarrow_{uV} \Psi_{uV}(q)] = \Psi_{uV}((p + 1)q)$$

$$[\Psi_{uV}(p) \nLeftarrow_{uV} \Psi_{uV}(q)] = [(u+V)(p + 1)q+u]$$

et avec $p = 0$ et $q = 1$

$$(p + 1)q = (0 + 1)1 = 1$$

$$[\Psi_{uV}(0) \nLeftarrow_{uV} \Psi_{uV}(1)] = [(u+V).1 + u] = V$$

soit avec $\Psi_{uV}(0) = u$ et $\Psi_{uV}(1) = V$,

$$[\Psi_{uV}(0) \nLeftarrow_{uV} \Psi_{uV}(1)] = \Psi_{uV}(1)$$

qui écrit aussi bien dans le nœud

$$[u \nLeftarrow_{uV} V] = V$$

Et conclure ce premier temps

Nous avons ainsi vérifié que

$$[\Psi_{uV}(0) \nLeftarrow_{uV} \Psi_{uV}(1)] = \Psi_{uV}(1)$$

pour n'importe quel nœud construit de cette manière entre deux constantes dans une Algèbre de Boole étendue par ces autres constantes.

Attention l'Algèbre de Boole $Z_2{}^n = (B_2{}^n, +, \times) = AB(2^n)$, est ici construite pour un nombre entier n par

somme $(p + q) = (p \nLeftrightarrow q)$ et produit $(p.q) = (p \wedge q)$

sur l'ensemble $B_2{}^n = \{0,1\}^n = 2^n$ soit sur les puissances n de l'ensemble $B_2 = \{0,1\} = 2$.
Cet ensemble est l'ensemble de base qui donne le corps de Boole $Z_2 = (B_2, +, \times)$.

Le corps $GF(2^n)$ en tant qu'extension du corps de Z_2 défini un *produit* qui est différent du produit de $AB(2^n)$, ici $\times$, de la conjonction de Boole.

Dans cette construction d'extension de corps, $GF(2^n)$ est aussi susceptible d'une structure d'espace vectoriel, mais c'est une autre histoire passionnante[7] en algèbre du côté de Galois.

---

[7] voir note 3 dans ce qui précède.

2) **Effets des Nœuds logiques sur les tables de vérité**

Nous reprenons le théorèmes que nous avons démontré dans ce qui précède.

0. **Théorème**

$$\boldsymbol{\Psi_{u,V}\,(p\theta q) = (\Psi_{u,V}\,(p)\;\theta_{u,V}\;\Psi_{u,V}\,(q))}$$

avec les définitions

a) $\boldsymbol{\Psi_{u,V}\,(p\theta q) = (u+V)\,(p\theta q) + u}$

b) $\boldsymbol{(\Psi_{u,V}\,(p)\;\theta_{u,V}\;\Psi_{u,V}\,(q)) = ((u(p+1) + Vp)\;\theta_{u,V}\;(u(q+1) + Vq))}$.

ici les variables p et q sont prises dans $\{0, 1\}$,

1. ***Tables de composition* des connecteurs classiques**

Nous allons présenter les tables de vérité des connecteurs binaire du type suivant

p	q	p θ q
0	0	a
0	1	b
1	0	c
1	1	d

sous l'aspect des tables de Pythagore bien connues des lois de composition de l'arithmétique.

Une *table de composition* binaire est un petit tableau de quatre cases dont les valeurs inscrites dans les cases correspondent au résultat de la composition des deux valeurs qui sont lisibles en dehors du tableau *sur la gauche* pour p et *au dessus* pour q.

θ	0	1
0	a	b
1	c	d

afin de les organiser en *un treillis* qui se compose de lignes en lignes par l'union de deux prédécesseurs et dont les arrêtes par conséquence correspondent à la relation d'implication entre les connecteurs.

Pour obtenir ce diagramme nous dressons la liste des seize (16) connecteurs binaires de la logique canonique classique écrit en algèbre de Boole par addition et multiplication.

a. **Listes et treillis des connecteurs classiques θ écrits en algèbre**

Isolons quatre colonnes de quatre connecteurs qui différentes en fonction de ce mode d'écriture.

1	2	3	4
0	pq	1	pq + 1
p	pq + p	p + 1	pq + p + 1
q	pq + q	q + 1	pq + q + 1
p+q	pq + p + q	p + q + 1	pq + p + q + 1

Les chiffres 1, 2, 3, 4 indiquent la colonne dans la liste et le treillis qui précèdent correspondant au connecteur.

Remarquer déjà comment les colonnes obtenues de l'algèbre se répartissent dans cette structure d'ordre.

	(1)						
(2)	(2)		(2)		(4)		
(1)		(1)	(1)	(3)	(3)		(3)
		(2)		(4)		(4)	(4)
						(3)	

Ils se répartissent selon l'ordre d'un treillis. Il s'agit d'un ordre qui n'est pas total, ce qui signifie que certains couples de connecteurs ne sont pas liés par la relation d'ordre, nous les disposons ainsi

	0						
pq	pq+p		pq+q		pq+p+q+1		
p		q	p+q	p+q+1	q+1		p+1
		pq+p+q		pq+q+1		pq+p+1	pq+1
						1	

afin de retrouver cet ordre entre les classiques tables de composition qui leur correspondes.

b. **Treillis des *tables de composition* des connecteurs θ du nœud logique trivial**

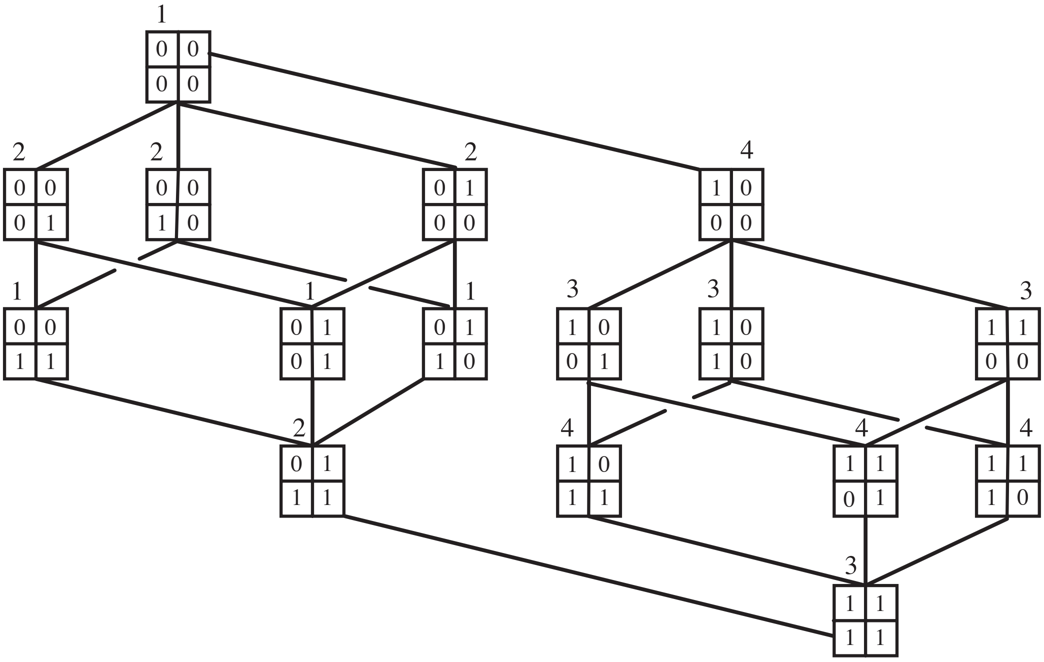
Vous pouvez les obtenir par le calcule les valeurs de chaque case en associant le connecteur à son tableau

Par exemple pour le connecteur (p+q) de la différence symétrique morganienne d'aspect et les variables déterminant les cases

(0,0) : a = 0, (0,1) : b = 1, (1,0) :c = 1, (1,01) : d = 0,

ce calcul produit le tableau suivant.

+	0	1
0	0	1
1	1	0



2. **Tables de composition des connecteurs $\theta_{u,V}$ d'un nœud logique (u,V)**

Fort de notre théorème qui nous assure de l'égalité suivante

$$\Psi_{u,V}\ (p\theta q) = (\Psi_{u,V}\ (p)\ \theta_{u,V}\ \Psi_{u,V}\ (q))$$

avec les définitions

a) $\Psi_{u,V}\ (p\theta q) = (u+V)\ (p\theta q) + u$

b) $(\Psi_{u,V}\ (p)\ \theta_{u,V}\ \Psi_{u,V}\ (q)) = ((u(p+1) + Vp)\ \theta_{u,V}\ (u(q+1) + Vq))$.

avec $(X\theta_{uV}Y) = uV + (u+1)V.(X\theta Y) + u(V+1).(X\theta^{*}Y)$

ici les variables p et q sont prises dans $\{0, 1\}$,

nous voulons étudier la composition par les connecteurs $\theta_{u,V}$ telle que

$$(\Psi_{u,V}\ (p)\ \theta_{u,V}\ \Psi_{u,V}\ (q))$$

en utilisant les transformations par $\Psi_{u,V}$ des connecteurs classiques θ donnés par l'autre expression de notre théorème

$$\Psi_{u,V}\ (p\theta q) = (u+V)\ (p\theta q) + u$$

Cette expression nous donne l'énoncé non classique, du fait de la présence des deux lettres u et V, des connecteurs du nœud (u,V)

a. **Listes et treillis des connecteurs non classiques θ_{uV} écrits en algèbre**

Comme dans ce qui précède nous isolons quatre colonnes de quatre connecteurs qui différent en fonction du mode d'écriture classique.

1	2	3	4
(u+V).0+u = u	(u+V)pq+u	(u+V).1+u = V	(u+V)(pq+1)+u
(u+V)p+u	(u+V)(pq+p)+u	(u+V)(p+1)+u	(u+V)(pq+p+1)+u
(u+V)q+u	(u+V)(pq+q)+u	(u+V)(q+1)+u	(u+V)(pq+q+1)+u
(u+V)(p+q)+u	(u+V)(pq+p+q)+u	(u+V)(p+q+1)+u	(u+V)(pq+p+q+1)+u

Ils se répartissent selon l'ordre d'un treillis, nous les disposons ainsi,

$$
\begin{array}{cccccccc}
 & (u+V).0+u & & & & & & \\
 & | & & & & & & \\
(u+V)pq+u & (u+V)(pq+p)+u & & (u+V)(pq+q)+u & & (u+V)(pq+p+q+1)+u & & \\
| & & & | & & | & & \\
(u+V)p+u & & (u+V)q+u & (u+V)(p+q)+u & (u+V)(p+q+1)+u & (u+V)(q+1)+u & & (u+V)(p+1)+u \\
 & & | & & | & & & | \\
 & & (u+V)(pq+p+q)+u & & (u+V)(pq+q+1)+u & (u+V)(pq+p+1)+u & & (u+V)(pq+1)+u \\
 & & & & & | & & \\
 & & & & & (u+V).1+u & &
\end{array}
$$

b. **Treillis des *tables de composition* des connecteurs non classiques θ_{uV}**

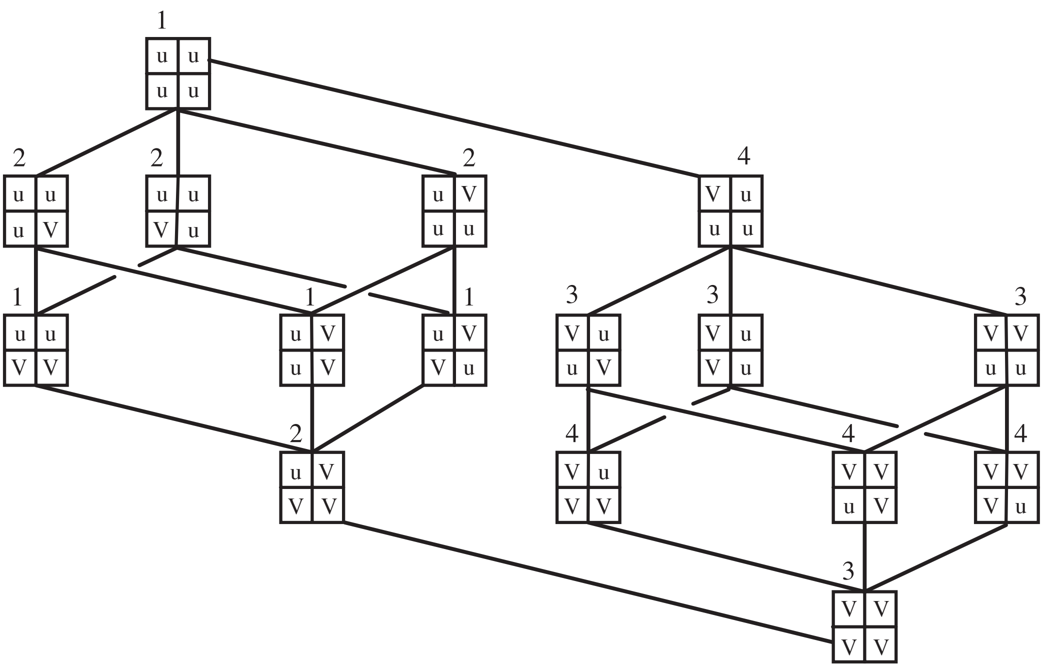
Or notre théorème principale écrit l'équivalence sous l'aspect d'une égalité

$$\Psi_{u,V}\,(p\theta q) = (\Psi_{u,V}\,(p)\ \theta_{uV}\Psi_{u,V}\,(q))$$

qui donne donc le résultat pour les valeurs de p et de q de chaque connecteur modifié

θ_{uV}	u	V
u	*a'*	*b'*
V	*c'*	*d'*

où *a'*, *b'*, *c'* et *d'* sont les valeurs de $\Psi_{u,V}$ (p) et $\Psi_{u,V}$ (q) éléments de $\{u, V\}$



c. **Commentaire relatif à notre théorème principal**

Il faut alors préciser ici sa fonction

1. Nous avons dresser le treillis en termes de *tables de composition* du nœud logique (u,V), calculées en fonction des valeurs p et q de $Z_2 = (\{0, 1\}, +\ , \times)$ qui correspond à l'expression,

$$\Psi_{u,V}\ (p\theta q) = (u+V)\ (p\theta q) + u.$$

2. Mais ces tables sont les tables du nœud logique (u,V) qui écrivent aussi d'après notre théorème principal la composition des termes $\Psi_{u,V}$ (p) et de $\Psi_{u,V}$ (q) via le nœud trivial (0, 1) mais qui appartiennent à l'algèbre de ce nœud logique

$$(u,V) = (\{u, V\}, +_{u,V}, \times_{u,V})$$

en effet

$$\Psi_{u,V}\ (p) \in \{u, V\} \text{ et } \Psi_{u,V}\ (q) \in \{u, V\}$$

ces termes valent soit u soit V qui se composent entre eux par les connecteurs $\theta_{u,V}$ défini par

$$\begin{aligned}(X\theta_{uV}Y) = \mathbf{(u+V)}[X\theta Y] \\ + \mathbf{u(V+1)}[\alpha(\mathbf{X} + \mathbf{Y}+1)+(\beta+\gamma)] \\ + \mathbf{u}\end{aligned}$$

pour selon notre premier résultat important produit ci-dessus donner les valeurs soit u soit V.

j.m. Vappereau Balvanera, Buenos Aires
topologie en extension, le 17 mars 2015